Abstract

Studies about collaboration scripts have provided positive effects to university freshmen's mathematical argumentation skills in cooperative learning settings (cf. Vogel et al., 2016; Fischer et al, 2013, 2014; Hron, 2008). Many people have demanded more autonomous learning processes. Thus, it has been explored in this master theses study how learners work with the possibility to adapt their treatment and whether they can improve their skills thereby. Therefore, this master thesis has been designed to answer certain questions about cooperative solving of proof duties with the adaptable cooperation script. It has been tested how this learning aid has affected the skills of the subjects and if patterns of this adaptation have been occurred. A part of the study on the support of argumentation skills by heuristic worked examples and cooperation scripts has been analyzed in relation to the question how students have worked with an adaptable collaboration script. In this case subjects have to solve a mathematical problem and to create a proof on three following days. 54 math students have taken part in this study. The results have proved the positive effects of the adaptation of collaboration scripts on the argumentation skills and the specialist knowledge of the subjects. It has been shown that the self-assessment of the subjects has matched more with the real level of knowledge than with the ability to value the achievement of the group. The support intensity during the adaptation phase has been chosen suitably for the level of knowledge. Over all three treatment phases six different learner's profiles can be ascertained. Furthermore, it has been discovered that the application of an adaptable collaboration script have to be seen critical in the context of cooperative learning settings dealing with mathematical proofs with a computer program. Some university freshmen have problems with the self-declaration prompts or do not understand the functionality of the scripts. Future research should answer the question, if a conventional working method with pencil and paper in combination with the adaptation of collaboration scripts can deliver better results than working with apps. To put it into a nutshell it can be marked that a positive trend for the development of skills has arisen from using an adaptable collaboration script while dealing with a mathematical proof in cooperative learning settings.

Key words: collaboration scripts, adaptation, computer-supported learning settings

1. Einleitung

Wissenschaften wie Mathematik und Physik bilden eine Basis der modernen Gesellschaft und schon die Kleinsten kommen mit ihnen in Kontakt, ob spielerisch, familiär oder experimentell. In der schulischen und universitären Ausbildung sind sie allgegenwärtig. Die Mathematik unterliegt zusätzlich festen Regeln in der Anwendung.

Mathematik beschreibt Phänomene oder liefert Formeln für die technischen Grundlagen. Sachverhalte werden verifiziert und als allgemein gültig befunden. Im Bereich der Hochschulmathematik und der Forschung ist das Belegen der eigenen Ideen von besonderer Bedeutung und wird mit Hilfe formaler Beweise umgesetzt. Die Technik des Beweisführens wird bereits in der schulischen Ausbildung thematisiert und eingeübt. Zusätzlich werden in der Schule auch das Argumentieren und der nicht formale Beweis trainiert.

Da mathematisches Argumentieren und Beweisen über die ganze Ausbildungszeit einen hohen Stellenwert besitzt, sind Studien durchgeführt worden, welche die Argumentationsfertigkeiten und die zugehörigen Lernprozesse analysieren. Beispiele sind hier die Studien von Reiss im Jahr 2012 oder Vogel, Kollar, Fischer und Ufer in den Jahren 2014 und 2016. Speziell an Hochschulen sind viele Studenten zu Beginn ihres Studiums durch den Stoffumfang und die notwendigen genauen Vorgehens- und Arbeitsweisen überfordert. Ein möglicher Grund besteht darin, dass die Studierenden durch die Mathematik in der gymnasialen Oberstufe nicht optimal auf die Anforderungen der Mathematik an der Hochschule vorbereitet worden sind. Dies führt bis heute häufig zu Problemen, Versagen in den ersten Universitätsklausuren und somit zu einer schlechten Motivation für die weitere universitäre Laufbahn (vgl. Nagel & Reiss, 2014). In naturwissenschaftlichen Studiengängen ist deutschlandweit eine hohe Abbruchquote des Studiums zu verzeichnen (vgl. Heublein et al., 2010). Für einen besseren Übergang von der Schule zur Universität bieten die Hochschulen den angehenden Studenten vor dem Beginn des Studiums unter anderem Brückenkurse oder Mentorenprogramme an.

Wie mathematisches Argumentieren optimal unterstützt werden kann, wird unter anderem am Lehrstuhl für Schulpädagogik der TUM in den Studien von Vogel, Kollar, Fischer und Ufer in den Jahren 2014 und 2016 untersucht.

In den letzten Jahrzehnten hat man immer wieder über die Wichtigkeit, den Nutzen und die Förderung des mathematischen Argumentierens debattiert (vgl. Reiss & Nagel, 2014; Reichersdorfer et al., 2016). Dabei sind vor allem zwei Punkte diskutiert worden:

1. Die Kultusministerkonferenz hat das Argumentieren, zu dem Beweisen gehört, als Kompetenz in den Bildungsstandards festgelegt, die den Schülern vermittelt werden sollen. Weinert (1996) hat die Kompetenz in Bezug auf die Mathematik als kognitive Fähig- und Fertigkeiten zur Lösung bestimmter Probleme, aber auch der damit verbundenen Volition und die motivationale Bereitschaft, die zum Lösen erforderlich sind, definiert (vgl. Wiater, 2015). Nach Wiater (2015) zeichnen sich gute Bildungsstandards durch folgende Eigenschaften aus: Fachlichkeit, Fokussierung, Kumulativität, Differenzierung, Verbindlich-, Verständlich- und Realisierbarkeit. In den Bildungsstandards für alle Schularten sind die wichtigsten Kenntnisse aufgelistet, die während der Schullaufbahn erworben und verbessert werden sollen. Der englischen Wortbedeutung nach beschreibt das Wort „standards“ den tatsächlich erreichten Leistungsstand. Der Begriff ist im internationalen Sprachgebrauch mit normativen Erwartungen verknüpft: „content standards“, „performance standards“ und „opportunity-to-learn-standards“ (Wiater, 2015, S. 29).

Für das Fach Mathematik sind sechs Grundfähigkeiten in den Bildungsstandards aufgeführt:

K1	Mathematisches Argumentieren
K2	Probleme mathematisch lösen
K3	modellieren
K4	mathematische Darstellungen verwenden
K5	symbolische Darstellungen verwenden
K6	mathematisch kommunizieren (vgl. KMK, 2012).

Mathematisches Argumentieren ist als K1 fest verankert. Es besagt, dass zu „dieser Kompetenz sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen, als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen gehören. Das Spektrum reicht […] von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen" (KMK, 2012, S. 11). Daher soll diese Fähigkeit bestmöglich gefördert werden.

2. Auf der anderen Seite soll Studierenden die Möglichkeit gegeben werden, sich autonom in neue Thematiken einzuarbeiten und die Intensität der Unterstützung selbst festzulegen. Auf diesem Weg können die Lernenden ihr Potential selbst entdecken und ihre Fertigkeiten verbessern (vgl. Finkbeiner & Schnaitmann, 2001; Reiss & Hammer, 2013). Die Förderung und Ermöglichung des selbstständigen und eigenverantwortlichen Lernens bestimmt einen bedeutenden Bereich der Lehre.

Selbstreguliertes Lernen und kooperatives Lernen sind Lernkonzepte, welche den Lernenden motivieren, sich eigene Ziele zu setzen und die dazu passende Lernstrategie auszuwählen (vgl. Götz & Nett, 2011). Vom Lernenden werden verschiedenste Fähigkeiten und Kenntnisse aus den Bereichen Planung, Handlung und Reflexion gefordert.

Jedoch sind durch Lernende gesteuerte Lernprozesse zeitintensiver und benötigen mehr an Vorarbeit. Mit Hilfe der beiden Lernkonzepte können neu gelernte Inhalte anders verknüpft und länger behalten werden (vgl. Finkbeiner & Schnaitmann, 2001; Reiss & Hammer, 2013). Diese Selbststeuerung während des Lernprozesses könnte auf das Berufsleben oder den Alltag übertragen werden und sehr hilfreich sein. Deshalb ist es wichtig, dass das selbstreguliertes Lernen gefördert und optimal unterstützt wird.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine Studie bezüglich der Förderung von Argumentationsfähigkeiten durch heuristische Lösungsbeispiele und Kooperationsskripte (ELK-Math-Studie) in Bezug auf das Lernen mit adaptierbaren Kooperationsskripten durchgeführt. Studienanfänger, die sich für einen Studiengang mit Lehramt Mathematik oder Mathematik in Haupt- oder Nebenfach entschieden haben, sind während eines zweiwöchigen Vorkurses aufgefordert worden, mit wechselnden Lernpartnern unterschiedliche mathematische Probleme zu lösen. Der Bearbeitungsprozess ist in Bild und Ton aufgezeichnet worden.

In der vorliegenden Arbeit ist analysiert, wie Lernende mit dem adaptierbaren Kooperationsskript umgehen und wie das Skript den Lernprozess unterstützen kann.

2. Theorie

2.1 Argumentieren in der Mathematik

Dieses Unterkapitel beschreibt und definiert das Argumentieren in der Mathematik. Es wird erläutert, welche Fähigkeiten benötigt bzw. erlernt werden müssen und wie die Argumentationsfähigkeit im Lernprozess zum Einsatz kommt. Die Mathematik ist eine sich stetig weiterentwickelnde Wissenschaft und unterliegt nicht nur der Axiomatik, sondern auch dem Grundsatz der Verifizierung.

Die hierfür notwendige Argumentationsfähigkeit bildet eine der wichtigsten Grundlagen der Mathematik. In der Hochschul- sowie der Schulmathematik wird deshalb darauf geachtet, dass diese Fähigkeit erlernt, verbessert und gefördert wird. In diesem Zusammenhang wird kurz die geschichtliche Entwicklung des Argumentierens in den letzten fünfzig Jahren erläutert.

Während der letzten Jahrzehnte ist es immer wieder zu Debatten und Änderungen bezüglich des Argumentierens in der Lehre gekommen. Verschiedene Wissenschaftler sind der Ansicht, dass die Argumentationsfähigkeit für den Lernvorgang und Wissenserwerb in der Mathematik entweder mehr oder weniger Bedeutung besitzt (vgl. Reiss & Hammer, 2013).

Für manche gehört diese Fertigkeit zur Allgemeinbildung und nutzt dem tieferen Wissensverständnis. Andere sehen darin einen Aufwand, der für spätere Tätigkeiten nicht notwendig ist. Wegen solcher und anderer Debatten haben die führenden Bildungsexperten in den 1970er und 1980er Jahren eine zu starke Akzentuierung der Formalismen mit einem Verlust der inhaltlichen Komponente in Verbindung gebracht (vgl. Reiss und Hammer, 2013).

Auch andere Ansichten sind vertreten, aber erst in den 1990er Jahren haben sich Gegenbewegungen durchgesetzt, die einen Kompromiss der geltenden Meinungen vertreten. Dies hat zu einer relevanteren Stellung des Argumentierens im Mathematikunterricht geführt. Ein flexibler Rahmen für den mathematischen Formalismus im Unterricht ist somit geschaffen worden (vgl. Reichersdorfer et al., 2016).

Reiss und Hammer (2013) verstehen unter Argumentieren das Stellen von Fragen, die für die Mathematik entwickelt und durch die Lösungswege beschrieben bzw. begründet werden (vgl. Reiss & Hammer, 2013). Bezold (2012) formuliert es differenzierter. Argumentieren umfasst bei ihr das Aufstellen von „Vermutungen über mathematische Eigenschaften und Zusammenhänge [...], diese zu hinterfragen, sowie zu begründen bzw. hierfür eine Begründungsidee zu liefern“ (Bezold, 2012, S. 76). Zudem versteht sie das Beschreiben von mathematischen Sachverhalten als Teil des Argumentierens, da bereits das erfolgreiche sprachliche Erfassen einer Situation einerseits als Voraussetzung für anspruchsvollere Argumentationen zu sehen ist. „Andererseits kann es für Schüler mit sprachlichen Schwierigkeiten oder ausgeprägten Leistungsdefiziten einen Erfolg darstellen“ (Bezold, 2012, S. 77).

Es muss zwischen dem schulischen und dem universitären Verständnis von Argumentationsführung in der Mathematik unterschieden werden. Bis zum Abitur benötigen die Schülerinnen und Schüler hauptsächlich die Eigenschaften einer Figur oder mathematische Fakten, um Aussagen zu folgern und zu belegen. An der Hochschule muss allerdings genauer und differenzierter bewiesen und argumentiert werden. Die formalen Definitionen gewinnen dort deutlich an Bedeutung. Dieser gravierende Unterschied des Argumentierens liegt darin begründet, dass jede Institution unterschiedliche Normen vertritt und anwendet.

Eines der Ziele der schulischen Ausbildung stellt das grundlegende Verständnis der fächerspezifischen Fakten und Arbeitsweisen dar. In der Mathematik sollen die Absolventinnen und Absolventen nach den Regelstandards für die allgemeine Hochschulreife alle Kompetenzen erworben haben und Leitideen aus den drei Anforderungsbereichen eins, zwei und drei anwenden können. Die drei Oberthemen Analysis, Stochastik und analytische Geometrie sind mit allen wichtigen Grundlagen vorhanden und können angewendet werden. Zusätzlich wird den Schülerinnen und Schülern vermittelt, dass die Mathematik auch in anderen Lebenslagen zum Erwerb neuer Fertigkeiten, sowie in der Gesellschaft und im späteren Berufsleben nützlich sein kann (vgl. KMK, 2012).

Die Mathematik wird als Grundkenntnis in der Schulbildung angesehen und aufgrund dieser Tatsache, dass jeder sie erlernen muss, erfolgt das mathematische Argumentieren in der Schule auf der inhaltlich-anschaulichen Ebene. Diese ist definiert als eine inhaltliche Axio-matik (vgl. Heintz, 2000), welche Axiome nur als Eigenschaften von bekannten Begriffen verwendet. Diese werden allgemein als korrekt angesehen und nicht bis in die letzte Konsequenz bewiesen (vgl. Reichersdorfer et al., 2016).

Die geringeren oder fehlenden inhaltlichen und methodischen Grundlagen in der Schule kommen erst zum Tragen, wenn sich die Absolventen dazu entschließen, Mathematik oder eine mit dieser verwandte Wissenschaft zu studieren (vgl. Nagel & Reiss, 2014). An der Universität wird ein tiefergehendes Verständnis benötigt und exaktes Arbeiten verlangt. In der universitären Lehre wird deshalb der Ansatz der axiomatisch-deduktiven Ebene vertreten. Definitionsgemäß wird hier die formale Axiomatik verwendet, die alle Aussagen auf Axiome zurückführt und Eigenschaften aus Axiomen folgert (vgl. Heintz, 2000).

Dimensionen“).